u-Wert, Mathematische Grundlagen

u-Wert (U-Wert) Berechnung

Das Bauen wird derzeit weitgehend vom sogenannten Gebäudewärmeschutz bestimmt. Energieeinsparung und Reduzierung der CO_2-Emissionen werden als Argumente benutzt, um das Anforderungsniveau der Wärmeschutzverordnungen immer weiter zu verschärfen. Die Altbausubstanz soll energetisch verbessert werden. Als dominantes Maß des Wärmeschutzes fungiert dabei der u-Wert, der alles zu dominieren und zu beherrschen versucht. Hier wird die Behauptung aufgestellt: "**die u-Wert-Berechnung ist falsch**". Dies mag Verwunderung und Protest auslösen, doch hier folgt der Beweis der Richtigkeit dieser Aussage.

FOURIERSCHE WÄRMELEITUNGSGLEICHUNG

Die Behandlung von Wärmeströmen wurde bereits von Fourier Anfang des 19. Jahrhunderts mathematisch beschrieben. Es stellt sich die Frage, welche Komponenten die Fouriersche Differentialgleichung für den Wärmetransport enthält und welche beim heutigen Rechnen berücksichtigt werden.
Das im Allgemeinen dreidimensionale Temperaturfeld wird für den instationären Fall in differenzialer Schreibweise wie folgt dargestellt in [W/m^3] (1):

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\delta \vartheta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta x}\right) + \frac{\delta}{\delta y}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta y}\right) + \frac{\delta}{\delta z}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta z}\right)$$

c spezifische Wärmekapazität
ρ Dichte
ϑ Wärmefluss
t Zeit
λ Wärmeleitkoeffizient

Diese Formel besteht aus vier Teilen:
(A) Links vom Gleichheitszeichen steht der Ausdruck, der die Speicherfähigkeit enthält: c und ρ sind die typischen Merkmale hierfür.
Rechts vom Gleichheitszeichen stehen drei gleichartige Ausdrücke, die die Wärmeleitung beschreiben; λ ist hierfür das Merkmal.
(B) Der erste Ausdruck gilt für die Wärmeleitung in x-Richtung (in Richtung der Dicke s).
(C) Der zweite Ausdruck gilt für die Wärmeleitung in y-Richtung (quer zur Wand).
(D) Der dritte Ausdruck gilt für die Wärmeleitung in z-Richtung (nach oben und unten).
Wird das dreidimensionale Temperaturfeld zu einem eindimensionalen Temperaturfeld, dann handelt es sich um eine ungestörte Platte, in der nur eine Wärmestromrichtung vorliegt (B) - von innen nach außen (oder umgekehrt). Die Wärmeströme zur Seite (C) und nach oben/unten (D) werden zu Null. Diese Vereinfachung ist noch akzeptabel. Es verbleiben zwei Komponenten; in Kurzform geschrieben: (A) = (B). Wenn bei einer monolithischen Konstruktion für die Längendimension x nun die Dicke s der Konstruktion eingeführt wird, dann verbleibt von der Fourierschen Gleichung damit folgende reduzierte Form (2) (in differenzialer Schreibweise):

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\delta \vartheta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta s}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta s}\right)$$

Mit dieser reduzierten Fourierschen Gleichung können durch die Komponente (A) auch instationäre Zustände beschrieben werden. Entscheidend ist also, dass bei instationären Verhältnissen der linke Ausdruck (A), der die Wärmespeicherfähigkeit eines Bauteils beschreibt, erhalten bleibt.

LAPLACE - GLEICHUNG

Für den stationären Fall, den Beharrungszustand, geht die allgemein gültige Fouriersche Wärmeleitungsgleichung (1) in die Laplace – Gleichung (3) (Potenzialgleichung) über. [W/m^3]:

$$\frac{\delta \vartheta}{\delta x} = \left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta x}\right) + \frac{\delta}{\delta y}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta y}\right) + \frac{\delta}{\delta z}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta z}\right) = 0$$

Wird die Laplace - Gleichung in analoger Form wieder beschränkt auf eine Wärmestromrichtung und wird für die verbleibende Abmessung x die Dicke s eingesetzt, dann folgt:

$$\frac{\delta \vartheta}{\delta s} = \left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta s}\right) = 0$$

Diese reduzierte Laplace - Gleichung (4) ist nun die mathematische Basis und der Ausgangspunkt der u-Wert Berechnung.

Mit dieser reduzierten Laplace - Gleichung (4) wird deutlich:
Die **Speicherkomponente** (A) mit dem charakteristischen Speicherwert **c entfällt** und wird zu Null. Man kann diese Gleichung physikalisch so deuten, dass die Summe der einem Volumenelement zu- und abgeführten Wärmeströme gleich Null ist, die zugeführte Energie ist damit gleich der abgeführten Energie.
Dieser Sachverhalt ist beim stationären Fall auch schlüssig: Bei konstanten Wärmeströmen, die ja das Charakteristikum des stationären Falles sind, fließt einem Volumenelement Energie zu, die dann in gleicher Größe auch wieder abfließt. Von der zuströmenden Wärmemenge wird eben nichts gespeichert, da das Volumenelement das stationär sich einstellende Temperaturniveau bereits erreicht hat. Es muss nicht aufgeheizt, eingespeichert beziehungsweise abgekühlt werden.

Dieser stationäre Zustand tritt allerdings in der Alltagswirklichkeit nicht ein, er kann nur im Labor oder in einer Klimakammer simuliert werden.

Hierfür gibt es zwei zwingende Gründe:

1. Wenn bei einer Lufttemperaturveränderung jeweils von einem vorliegenden Beharrungszustand in einen anderen noch zu erreichenden Beharrungszustand übergegangen wird, dann wird damit das Temperaturfeld der Konstruktion verändert.
Dies aber führt zu einem Speichereffekt, der notgedrungen einsetzen muss, um die Konstruktion der neuen Temperatur anzupassen.
In der Zeit bis zum Erreichen des neuen Beharrungszustandes herrschen also instationäre Zustände. Da also bei Temperaturveränderungen der Luft die Speicherfähigkeit des Baustoffes immer zum Tragen kommt, darf in der Fourierschen Wärmeleitungsgleichung die Speicherkomponente nicht Null gesetzt werden.
Die Umwandlung der Fourier – Gleichung (1) zur Laplace – Gleichung (3) ist bei speicherfähigen Baustoffen nicht zulässig.

Es muss berücksichtigt werden, dass die Angleichung an den neuen Beharrungszustand bei vielen Baustoffen erst im Stundenbereich eintritt.

2. Durch die 24-stündige Tag/Nacht-Periode mit dem Angebot von Solarstrahlung werden bei speicherfähigem Material in Folge der Absorption der (kostenlosen) Sonnenenergie Temperaturerhöhungen in der Außenschicht der Gebäudeaußenhülle aufgebaut, die nur instationär zu behandeln sind.

Durch die Absorption entstehen in Richtung und Größe unterschiedliche Wärmeströme, die gerade das Charakteristikum instationärer Zustände sind. Diese (kostenlosen) Energieströme zur Mitte der Außenwand erzwingen die Speicherung und stoppen den vorhandenen Wärmestrom von innen nach außen.

SCHLUSSFOLGERUNG

Die reduzierte Fouriersche Wärmeleitungsgleichung (2) für einen Wärmestrom nur in einer Richtung darf für Fälle der Alltagswirklichkeit nicht Null gesetzt werden (nur ein Beharrungszustand im Labor rechtfertigt diese Operation).

Genau diese Nullsetzung aber geschieht bei der herkömmlichen u-Wertberechnung, so dass die Wärmespeicherung damit eliminiert und die Speicherfähigkeit eines Baustoffes ignoriert wird.

Diese (unzulässige) Vorgehensweise führt bei der Ableitung des u-Wertes aus der reduzierten Laplace - Gleichung (4) dann zu folgendem Ausdruck (5) [W/m^2]

$$k \cdot (\delta_{Li} - \delta_{La}) = 0$$

Dies bedeutet, dass die Summe der einem Flächenteilchen zu- und abgeführten Energie Null ist. Das heißt im Klartext: die zugeführte Energie ist gleich der abgeführten Energie. der Wärmestrom q in W/m^2 ist konstant, **Speicherung findet nicht statt**.
Erst diese stationäre Deutung des konstanten Wärmestromes q führt zu der in der DIN 4108 (ÖNORM M7500) aufgeführten und nur für den Beharrungszustand geltenden Formel (6) [W/m^2]:

$$q = k \cdot (\delta_{Li} - \delta_{La})$$

q Wärmemenge (Joule, Wh)

Der u-Wert ist der Ausdruck, der das gesamte Bauwesen wärmetechnisch beherrscht und eine signifikante Grundlage der meisten Hochbaukonstruktionen ist.

Allerdings ist bei Verwendung speicherfähigen Materials ist der u-Wert nicht zutreffend.

u-Wert, Mathematische Grundlagen

ZUSAMMENFASSUNG

Die Fouriersche Wärmeleitungsgleichung gilt für den instationären Fall und enthält eine Komponente, in der die

spezifische Wärmekapazität **c** $\left[\frac{W \cdot h}{kg \cdot K}\right]$

und die Dichte ρ [kg/m^3]

vorkommt; also genau die Merkmale, die die Speicherfähigkeit kennzeichnen.

Beim stationären Fall (Beharrungszustand) müsste sich in einer Baukonstruktion ein Temperaturfeld mit konstanten Wärmeströmen einpendeln; nur einzig und allein dann entfällt die Notwendigkeit eines Speichereffektes. Solch ein stationärer Zustand bietet allerdings rechnerisch viele Vereinfachungen und Vorteile. Somit wird lediglich aus Verfahrensgründen dieser Beharrungszustand angestrebt und die Allgemeinform der Fourierschen Wärmeleitungsgleichung (1) in unzulässiger Weise in eine Laplace - Gleichung (4) umgewandelt; die Speicherkomponente fällt dem zum Opfer, wird zu Null.

Der Speichereffekt kommt jedoch immer zum Tragen, da in der Alltagswirklichkeit Folgendes zu beachten ist:
a) Eine Veränderung der Lufttemperatur innen oder außen bringt automatisch die Speicherkomponente zum Tragen. Ein Beharrungszustand liegt also nicht vor.

b) Durch die Absorption von Solarstrahlung wird die Außenhülle erwärmt, wodurch sich wiederum ein verändertes Temperaturfeld aufbaut, das zu unterschiedlichen Wärmeströmen und damit zu instationären Zuständen führt. Auch hier liegt kein Beharrungszustand vor.

Ein Beharrungszustand tritt in der Alltagswirklichkeit nicht auf. Im Labor ist das etwas anderes, dort können konstante Temperaturen eingestellt und lange gehalten werden.

MERKMALE DES u-WertES

Unveränderter, stetig gleicher Beharrungszustand (dies kommt in der Praxis nie vor, die Temperaturfelder ändern sich ständig) und Wärmestrom in nur einer Koordinatenrichtung.(von innen nach außen oder umgekehrt).
Auf diese Randbedingungen wurde die Fouriersche Wärmeleitungsgleichung (in Form der reduzierten Laplace - Gleichung) zurechtgestutzt. Von den ursprünglich vier Komponenten, verbleibt eine einzige.

Fourier(1):

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\delta \vartheta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta x}\right) + \frac{\delta}{\delta y}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta y}\right) + \frac{\delta}{\delta z}\left(\lambda \frac{\delta \vartheta}{\delta z}\right)$$

u-Wert(4):

$$\frac{\delta\vartheta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x}\left(\lambda \frac{\delta\vartheta}{\delta x}\right)$$

Das ist von der ganzen Herrlichkeit Fouriers übrig geblieben und darauf baut sich die gesamte praktizierte Bauphysik mit ihren Energiebedarfsberechnungen auf - es ist jämmerlich, blamabel und skandalös.

BESTÄTIGUNGEN UND RESÜMEE

Die Literatur liefert viele Beispiele. die die Fragwürdigkeit des u-Wertes herausstellten. Hier seien einige angeführt:
Warum haben Häuser mit massivem einschaligem Außenmauerwerk nachweislich einen niedrigeren Heizmittelverbrauch als unsere heutigen hoch gedämmten? Dies wird in [*Neumüller, A*] gefragt und nachgewiesen. Schon 1982 wurde festgestellt [*Assmann, K*]: "..., dass das sogenannte u-Wert-Verfahren nicht zur energietechnischen Beurteilung von Bauteilen und Baumaterialien geeignet ist." Diese Sachzusammenhänge werden auch in [*Eichler, F.*] erläutert: "Die Temperaturbewegungen werden durch periodisch auftretende Strahlungsvorgänge verstärkt, so dass von den Elementen der Bauwerkshülle weniger Wärmedämmleistungen als Wärmebeharrungsvermögen und Wärmespeicherfähigkeit verlangt werden."
In [*Gösele, K.*] heißt es: "Beim Anheizen oder Auskühlen von Räumen oder bei direkter Sonnenzustrahlung liegen jedoch instationäre Verhältnisse vor, so dass diese durch die Werte $1/\Lambda$ (oder R in m^2K/W) und k (oder jetzt U in W/m^2K) nicht erfasst werden."

LITERATUR

[1] Meier, C.: Dämmen oder Speichern? Ist eine nachträgliche Wärmedämmung von Außenwänden erforderlich? k- Wert Berechnung ist falsch. In: bausubstanz 1/99. Seite 40.

[2] Klement, E.; Rudolphi R.: Zur numerischen Abschätzung der stationären Temperaturverteilung im Querschnitt von Schornsteinen. Technische Mitteilungen 1979, Heft 2/3/4, Seite 323.

[3] Feist, W: Ist Wärmespeichern wichtiger als Wärmedämmen? Institut für Wohnen und Umwelt GmbH, Darmstadt Mai 19B7.

[4] Neumüller, A.: Hochwärmegedämmtes Außenmauerwerk ... eine bauphysikalische Notwendigkeit? In: deutsche bauzeitung 1 1/B6. Seite 62?

[5] Assmann K.: Wärme-Bilanz- Verfahren zur energetischen Beurteilung von Bauteilen und Bauwerken. In: Deutsche Bauzeitschrift 3/92. Seite 403.

[6] Eichler, F: Arndt H.: Bautechnischer Wärme- und Feuchtigkeitsschutz 2. Auflage, VEB Verlag für Bauwesen Berlin 19B9.

[7] Gösele, K.; Schüle. W: Schall, Wärme. Feuchte. Bauverlag Wiesbaden Berlin 1985. Seite 167/169.